



گزینه ۴

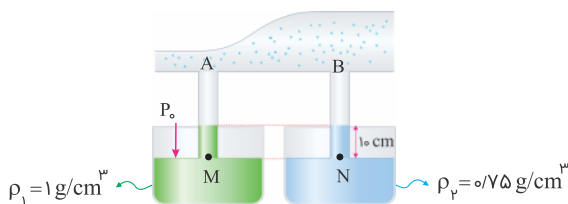
۱

آب درون لوله موئین بالاتر از سطح آب درون ظرف و جیوه درون لوله موئین پایین‌تر از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد. هرچه قطر لوله موئین کمتر باشد، اختلاف آب و جیوه درون لوله موئین با سطح مایع بیشتر خواهد بود. یعنی هرچه قطر لوله کمتر باشد، آب بالاتر و جیوه پایین‌تر می‌رود. خاصیت موئینگی در بیرون لوله نیز وجود دارد و سطح جیوه در نزدیک سطح بیرونی لوله موئین کمی پایین‌تر از سطح جیوه داخل ظرف و سطح آب در نزدیکی سطح بیرونی لوله موئین کمی بالاتر از سطح آب داخل ظرف قرار می‌گیرد.

گزینه ۳

۲

سطح مقطع در لوله افقی در نقطه B بیشتر از نقطه A است و طبق اصل پیوستگی ($A_1 v_1 = A_2 v_2$) سرعت در نقطه B کمتر است و طبق اصل برنولی چون سرعت در نقطه B کمتر است، فشار در نقطه B بیشتر از A است.



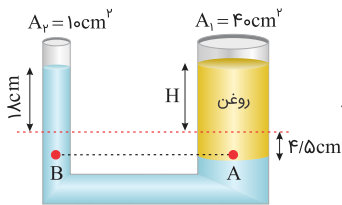
$$P_0 = P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_A = \rho_2 g h_2 + P_B$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (\rho_2 - \rho_1) g h$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (13600 - 1000) \times 10 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = -250 \text{ Pa}$$

حجم روغن بالا آمده در شاخه سمت چپ نسبت به سطح اولیه $A_2 \times h_2 = 10 \times 18 = 180 \text{ cm}^3$ است. بنابراین حجم روغنی که نسبت به سطح اولیه در شاخه سمت راست پایین می‌آید نیز باید 180 cm^3 باشد پس داریم:



$$A_1 h_1 = 180 \Rightarrow 40 \times h_1 = 180 \Rightarrow h_1 = \frac{18}{4} = 4.5 \text{ cm}$$

پس اختلاف سطح آب در دو شاخه $18 + 4.5 = 22.5 \text{ cm}$ است.

ابتدا فشار نقاط A و B را که هم‌تراز هستند مساوی قرار می‌دهیم و H را به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} g H = \rho_{\text{آب}} g h \Rightarrow 0.9 \times H = 1 \times 22.5 \Rightarrow H = 25 \text{ cm}$$

حالا جرم روغن را محاسبه می‌کنیم:

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho \cdot A \cdot h \Rightarrow m = 0.9 \times 40 \times 25 = 900 \text{ g}$$

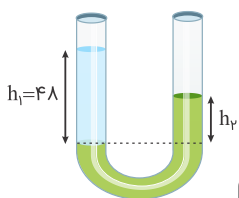
تندی جریان خون در رگ اولیه را با v_1 و در رگ‌های کوچک‌تر با v_2 نشان می‌دهیم. طول معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$(\pi r_1^2) v_1 = (2\pi r_2^2) v_2$$

(A_2 برابر مجموع مساحت‌های رگ‌های کوچک‌تر است و نسبت شعاع‌ها برابر نسبت قطرها است)

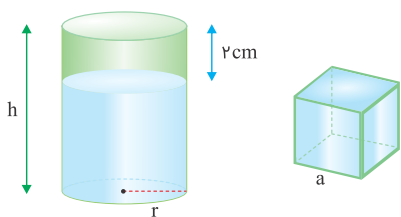
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{r_1^2}{2r_2^2} = \frac{d^2}{2d_2^2} = \frac{d^2}{2\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d^2}{2\frac{d^2}{4}} = 2$$



$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 1 \times 4\lambda = 1/6 h_2 \Rightarrow h_2 = 30$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 4\lambda - 30 = 18 \text{ cm}$$

گام اول: ۲ سانتی متر از ارتفاع آب موجود در استوانه، مکعب را به طور کامل از آب پر می‌کند؛ بنابراین حجم استوانه به شعاع r و ارتفاع ۲ cm برابر با حجم مکعب به طول ضلع $a = ۶\text{ cm}$ است:



$$V_{\text{مکعب}} = V_{\text{استوانه خالی}}$$

$$\Rightarrow (\pi r^2) \times (۲\text{ cm}) = a^3 \xrightarrow{(\pi=۳)} ۶r^2 = a^3 \Rightarrow ۶r^2 = ۶^3 \Rightarrow r^2 = ۶^2$$

گام دوم: فشاری که آب بر کف مکعب وارد می‌کند، ۲ برابر فشاری است که آب باقی‌مانده بر کف استوانه وارد می‌کند (شکل بالا):

$$P_{\text{مکعب}} = ۲P_{\text{استوانه پر}} \Rightarrow \rho g a = ۲\rho g(h - ۲) \Rightarrow a = ۲(h - ۲)$$

$$\Rightarrow ۶ = ۲(h - ۲) \Rightarrow h = ۵\text{ cm}$$

گام سوم: خواسته سؤال:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h = ۳ \times (۶)^2 \times ۵ = ۵۴۰\text{ cm}^3$$

اگر یکای A برحسب متر بر ثانیه (m/s) باشد، آنگاه یکای A^2 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A^2 = (\text{m/s})^2 = \text{m}^2/\text{s}^2$$

از طرفی می‌دانیم که کمیت‌های هم‌جنس، با یکدیگر جمع و تفریق می‌شوند، بنابراین با توجه به این که یکای D برحسب متر است می‌توان نوشت:

$$CD = \text{m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow [C] \times \text{m} = \text{m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow [C] = \text{m}/\text{s}^2 \text{ یا } \frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^2}$$

$$V = Ah \Rightarrow V = \pi r^2 h \Rightarrow 450 = 3 \times 25 \times h \Rightarrow h = \frac{450}{3 \times 25} = 6 \text{ cm}$$

$$\rho h = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}} \Rightarrow 1 \times 6 = 13/6 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 0/44$$

$$P_{\text{ج}} = P_{\text{Hg}} + P_0 = 0/44 + 75 = 75/44 \text{ cmHg}$$

با استفاده از معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

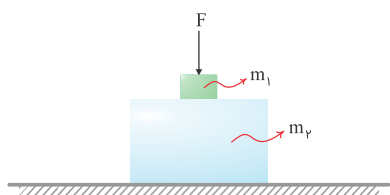
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi \frac{D_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{D_2^2}{4} v_2 \Rightarrow D_1^2 \times 10 = 16 D_2^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

با برابری جرم‌ها، F یکسان است: $F_A = F_B = mg$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{\cancel{F_A}}{\cancel{F_B}} \times \frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi R_B^2}{\pi R_A^2} = \frac{\left(\frac{1}{2} R_A\right)^2}{R_A^2} = \frac{1}{4}$$

عبارت‌های ب، پ و ت صحیح هستند؛ بنابراین گزینه ۴ درست است.

از اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب برای کمیت‌های وابسته به مکعب‌های کوچک و بزرگ استفاده می‌کنیم.
گام اول: جرم مکعب بزرگ ۲۷ برابر جرم مکعب کوچک است؛ بنابراین:



چون همجنس هستند چگالی‌ها باهم برابرند. $m_2 = 27m_1 \Rightarrow \rho V_2 = 27(\rho V_1)$
 $\Rightarrow V_2 = 27V_1 \Rightarrow a_2^3 = \text{حجم مکعب}$
 $a_2^3 = 27a_1^3 \Rightarrow a_2 = 3a_1 \quad (I)$

گام دوم: نیروی F و وزن مکعب‌های کوچک و بزرگ عامل ایجاد فشار بر سطح زمین هستند که مقدار آن برابر است با:

$$P = \frac{F + W_1 + W_2}{A_2} = \frac{F + (m_1 + m_2)g}{a_2^2} = \frac{F + (m_1 + 27m_1)g}{a_2^2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{F + 28m_1g}{a_2^2} \xrightarrow{(I)} P = \frac{F + 28m_1g}{9a_1^2}$$

به همین ترتیب، نیروی F و وزن مکعب کوچک عامل ایجاد فشار بر مکعب بزرگ هستند؛ بنابراین:

$$P' = \frac{F + W_1}{A_1} = \frac{F + m_1g}{a_1^2}$$

گام سوم: طبق صورت سؤال P با P' برابر است؛ بنابراین:

$$P = P' \Rightarrow \frac{F + 28m_1g}{9a_1^2} = \frac{F + m_1g}{a_1^2}$$

$$\Rightarrow F + 28m_1g = 9F + 9m_1g$$

$$\Rightarrow 8F = 9m_1g \Rightarrow \frac{F}{m_1g} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{F}{W_1} = \frac{9}{8}$$

می‌توانیم از فرمول $P = \rho gh$ استفاده کنیم:

$$P_{\max} = \rho gh_{\max} \Rightarrow 5 \times 10^4 = 2500 \times 10 \times h_{\max}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = 2000 \text{ m} = 2 \text{ km}$$

فشار دو نقطه هم‌تراز A و B یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}}$$

ابتدا فشار مایع را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم، برای این کار از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$P_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h_{\text{مایع (cm)}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = \frac{1/7}{13/6} \times 8 = 1 \text{ cmHg}$$

حالا فشار هوای حبس‌شده داخل لوله را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}} = 1 + 70 = 71 \text{ cmHg}$$

$$1 \text{ مایع}: F_{b1} + T_1 - mg = 0 \Rightarrow F_{b1} = mg - T_1 = mg - 5$$

$$2 \text{ مایع}: F_{b2} = mg - 3$$

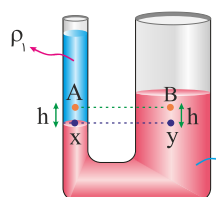
$$F_{b2} - F_{b1} = mg - 3 - (mg - 5) = 2 \text{ N}$$

$$\rho_2 V g - \rho_1 V g = 2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = \frac{2}{V g} = \frac{2}{200 \times 10^{-6} \times 10} = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$$

چون مایع با چگالی ρ_2 در ظرف پایین‌تر از مایع با چگالی ρ_1 قرار گرفته، پس $\rho_2 > \rho_1$ است. بنابراین گزینه‌های ۲ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.

در شکل زیر فشار نقاط x و y یکسان است. معادله فشار آن‌ها را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:



$$P_x = P_y$$

$$\rho_1 \rho_1 g h + P_A = \rho_2 g h + P_B \Rightarrow P_A - P_B = \rho_2 g h - \rho_1 g h = g h (\rho_2 - \rho_1)$$

چون $\rho_2 > \rho_1$ است پس حاصل پرانتز $(\rho_2 - \rho_1)$ یک عدد مثبت است بنابراین:

$$P_A - P_B > 0 \Rightarrow P_A > P_B$$

در هر دو حالت وزن آهنی، کاملاً درون آب قرار دارد و بنابراین وزن آهنی تأثیری در سطح آب ایجاد نمی‌کند. ولی چوب در حالت اول می‌خواهد وزن آهنی را نگه دارد. به همین خاطر چوب در حالت اول نسبت به حالت دوم، باید بیش‌تر در آب فرو رفته باشد. پس با پاره‌شدن نخ، چوب کمتر در آب فرو رفته و سطح آب پایین‌تر از A می‌ایستد.

با نوشتن فشار در دو نقطه A و B داریم:

$$\begin{cases} P_B = \rho g h_B + P_0 \\ P_A = \rho g h_A + P_0 \end{cases} \Rightarrow P_B - P_A = \rho g h_B + P_0 - \rho g h_A - P_0 = \rho g (h_B - h_A)$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 10^3 \times 10 \times \frac{(20 - 12)}{100} = 800 \text{ Pa}$$

ابتدا چگالی گوی را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{500}{\frac{4}{3}\pi \times 5^3} = 1 \text{ g/cm}^3$$

چگالی گوی برابر چگالی آب است بنابراین گوی در آب غوطه‌ور شده و نیروسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.

فشاری که از طرف چهار پایه به زمین وارد می‌شود ناشی از وزن صندلی است؛ اما فشاری که هر پایه به زمین وارد می‌کند ناشی از $\frac{1}{4}$ وزن صندلی است؛ بنابراین فشارها باهم مساوی هستند.

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{چهار پایه}} &= \frac{W}{4A} \\ &\quad \downarrow \\ &\quad \text{مساحت تماس هر پایه با زمین} \\ P'_{\text{هر پایه}} &= \frac{\frac{1}{4}W}{A} \end{aligned} \right\} P = P'$$

فشار نقاط a و b یکسان است: $P_a = P_b$
معادله فشار وارد بر نقاط a و b را می‌نویسیم:

$$P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}}$$

$$69 \text{ cmHg} = P_{\text{مایع}} + 25 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 44 \text{ cmHg}$$

حالا ارتفاع مایع که چگالی آن، $6/8 \text{ g/cm}$ است را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} g H = \rho_{\text{جیوه}} g h$$

$$6/8 \times H = 13/6 \times 44 \Rightarrow H = 88 \text{ cm}$$

فشار در محل تماس دو مایع ρ_1 و ρ_2 با یکدیگر برابر است. چون فشار پیمانه‌ای برحسب تور خواسته شده است، ابتدا ارتفاع هر یک از مایع‌ها را به میلی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم:

$$h_1 = 300 \text{ mm} \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_{\text{جیوه}} g h'_1 \Rightarrow h'_1 = 150 \text{ mmHg}$$

$$h_2 = 100 \text{ mm} \Rightarrow \rho_2 g h_2 = \rho_{\text{جیوه}} g h'_2 \Rightarrow h'_2 = 25 \text{ mmHg}$$

$$h_3 = 400 \text{ mm} \Rightarrow \rho_3 g h_3 = \rho_{\text{جیوه}} g h'_3 \Rightarrow h'_3 = 50 \text{ mmHg}$$

حالا تساوی فشار در محل تماس دو مایع را می‌نویسیم:

$$P_{\text{گاز}} + h'_1 = P_0 + h'_2 + h'_3$$

$$P_{\text{گاز}} + 150 = P_0 + 25 + 50 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -75 \text{ mmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -75 \text{ torr}$$

با استفاده از رابطه $P = \rho g h + P_0$ می‌توان نوشت:

$$P = 1000 \times 10 \times 4 + 10^5 = 0/4 \times 10^5 + 10^5 = 1/4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

جملات "ب" و "د" غلط هستند.

در اثر سرد کردن ناگهانی مایعات، جامد بی‌شکل تشکیل می‌شود. مایعات نیز مانند جامدات تراکم‌ناپذیرند.

فشار هوا در نقطه M از فرمول $P_M = P_0 - \rho_{av}gh$ به دست می‌آید. در این فرمول ρ_{av} چگالی متوسط هوا از سطح زمین تا ارتفاع h است. با توجه به اینکه با افزایش ارتفاع چگالی هوا کم می‌شود، پس می‌توانیم بگوییم چگالی متوسط هوا (ρ_{av}) از چگالی هوا در سطح زمین (ρ_0) کوچک‌تر است؛ پس داریم:

$$P_M = P_0 - \rho_{av}gh \xrightarrow{\rho_{av} < \rho_0} P_M > P_0 - \rho_0gh$$

$$\Rightarrow P_M > 10^5 - (1 \times 10 \times 8000) \Rightarrow P_M > 20 \text{ kPa}$$

همچنین فشار هوا در ارتفاع h حتماً از فشار هوا در سطح زمین (100 kPa) کمتر است:

$$20 \text{ kPa} < P_M < 100 \text{ kPa}$$